

Cerenkov-Strahlung in der Atmosphäre

Wie gross muss die Energie eines Teilchens der Masse m sein, damit es beim Eindringen in die Atmosphäre Cerenkov-Strahlung erzeugt?

Die kinetische Energie eines Teilchens der Masse m ist gegeben durch

$$T = m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right). \quad (1)$$

Für Geschwindigkeiten nahe an der Lichtgeschwindigkeit kann die Wurzel nach Potenzen von $\Delta v = c - v$ entwickelt werden.

$$\frac{v}{c} = \frac{c - \Delta v}{c} = 1 - \frac{\Delta v}{c}. \quad (2)$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \left(1 - \frac{\Delta v}{c} \right)^2 = 1 - 2 \frac{\Delta v}{c} + \mathcal{O}(\Delta v^2/c^2). \quad (3)$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(1 - 2 \frac{\Delta v}{c} \right) = 2 \frac{\Delta v}{c} \quad (4)$$

$$T = m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2 \frac{\Delta v}{c}}} - 1 \right) \quad (5)$$

Damit Cerenkov-Strahlung auftritt, muss v grösser sein als die Lichtgeschwindigkeit $u = c/n$ in einem Medium mit dem Brechungsindex n . Der Brechungsindex von Luft kann als

$$n = 1 + \alpha \quad \alpha \ll 1 \quad (6)$$

geschrieben werden. Damit ergibt sich für die Bedingung für das Auftreten von Cerenkov-Strahlung in Luft:

$$v > u = \frac{c}{n} = \frac{c}{1 + \alpha} = (1 - \alpha) c \quad (7)$$

und

$$\frac{v}{c} = 1 - \frac{\Delta v}{c} > 1 - \alpha, \quad (8)$$

somit

$$\frac{\Delta v}{c} < \alpha. \quad (9)$$

Die kinetische Energie wird schliesslich:

$$T > m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2 \alpha}} - 1 \right). \quad (10)$$

Mit Hilfe des Online-Rechners [Luftdruck](#) kann der Luftdruck in einer gegebenen Höhe bestimmt werden. Aus Luftdruck, Lufttemperatur, relativer Luftfeuchtigkeit und Kohlendioxidgehalt liefert der Online-Rechner [Brechungsindex](#) den Brechungsindex der Luft für eine gegebene Wellenlänge.

In 10 km Höhe bei einem Luftdruck von 23.5 kPa, einer Temperatur von -40°C , einer Luftfeuchtigkeit von 50 % und einem CO_2 -Gehalt von 450 ppm ist der Brechungsindex $n = 1.0000799$. Mit $\alpha = 7.99 \cdot 10^{-5}$ ergibt sich

$$T > 78.1 \text{ m c}^2. \quad (11)$$