

Tröpfchendichte in einer Wolke

Lichtstrahlen, die auf ein Tröpfchen in einer Wolke treffen, werden gestreut oder absorbiert. Von N Lichtstrahlen treffen $|dN|$ Lichtstrahlen in der Schichtdicke dx auf ein Tröpfchen. Das Verhältnis $|dN|/N$ ist gegeben durch das Verhältnis der totalen Querschnittsfläche der Tröpfchen in der Schicht zur gesamten Fläche A der Schicht (siehe Abbildung).

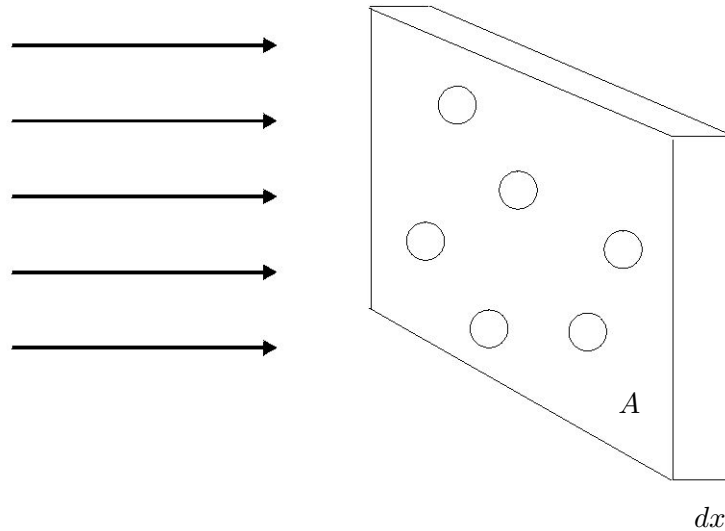


Abbildung 1: Tröpfchen in der Schicht dx

$$\frac{|dN|}{N} = \frac{z \sigma}{A}. \quad (1)$$

z ist die Anzahl Tröpfchen im betrachteten Volumen, und σ ist die Querschnittsfläche eines Tröpfchens. Somit ist die Abnahme der Zahl der ungestörten Lichtstrahlen in der Schicht dx gegeben durch:

$$dN = - \frac{z \sigma}{A} N. \quad (2)$$

z und σ ergeben sich aus den Beziehungen

$$z = n A dx \quad \text{und} \quad \sigma = \pi r^2. \quad (3)$$

Dabei ist n die Tröpfchendichte, d.h. die Anzahl Tröpfchen pro Volumeneinheit, und r ist der Tröpfchenradius.

Damit wird

$$dN = - n \pi r^2 N dx. \quad (4)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist:

$$N(x) = N_0 e^{-n \pi r^2 x}. \quad (5)$$

Für die Sichtweite s im Nebel gilt die empirische Beziehung

$$N(s)/N_0 = 0.02. \quad (6)$$

Daraus ergibt sich

$$e^{-n \pi r^2 s} = 0.02, \quad (7)$$

also

$$-n \pi r^2 s = \ln 0.02 = -3.91. \quad (8)$$

Somit gilt für die Tröpfendichte die Gleichung

$$\boxed{n = \frac{3.9}{\pi s r^2}}. \quad (9)$$

Der Radius der Tröpfchen in einer Wolke ist etwa 10^{-5} m. Für $s = 100$ m ergibt sich damit

$$n = \frac{3.9}{\pi \cdot 100 \cdot 10^{-10}} = 1.2 \cdot 10^8, \quad (10)$$

$$n = 1.2 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3}. \quad (11)$$

Einer Sichtdistanz von $s = 100$ m entspricht somit eine Tröpfendichte von 120 Tröpfchen pro Kubikzentimeter.

Die Massendichte der Wolke ergibt sich aus

$$\rho = n \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_W. \quad (12)$$

Dabei ist $\rho_W = 1000 \text{ kg/m}^3$ die Dichte von Wasser.

Einsetzen der Tröpfendichte liefert:

$$\rho = \frac{3.9 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_W}{3 \cdot \pi \cdot s \cdot r^2}. \quad (13)$$

Daraus wird schliesslich:

$$\boxed{\rho = \frac{5.2 \cdot r}{s} \rho_W}. \quad (14)$$

Im obigen Beispiel ist $\rho = 5.2 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^3$.

Anhang

Auszüge aus den Wikipedia-Artikeln „Sichtweite“ und „Kontrast“.

Atmosphärische Sichtweite [Bearbeiten]

Atmosphärische Streuung und Absorption reduzieren den **Kontrast** eines Objekts relativ zur Umgebung. Dieses Phänomen nennt man Lichtdämpfung. Der Kontrast K hängt exponentiell von der Entfernung s und einem **Absorptionskoeffizienten** σ ab:

$$K = K_0 \cdot e^{-\sigma \cdot s}$$

Für die Wahrnehmung ist ein Mindestkontrast von

$$K = 0,02 \hat{=} 2\%$$

erforderlich. Unter der Annahme, dass der Ausgangskontrast K_0 ungefähr 1 ist, kann unmittelbar aus der Sichtweite s auf σ geschlossen werden:

$$\sigma = \frac{3,91}{s}$$

Eine Sichtweite von 50 km entspricht einer Absorptionskonstanten von $10^{-4}/\text{m}$. Bei guten Bedingungen beträgt die **Fernsicht** einige hundert Kilometer, siehe Tabelle.

Im Beispielfeld nimmt der Kontrast der Berge zum Himmel mit zunehmender Entfernung ab. Die Bergkette im rechten Bild ist bei Nebel nicht mehr zu sehen.



Links: Sicht bei klarem Wetter; Rechts: Nebelreduzierte Sichtweite



Abnahme des Kontrastes relativ zum Himmel mit zunehmender Entfernung der Berge

Wetterabhängigkeit der Sichtweite

Wetterbedingung	Sichtweite in km
Außergewöhnlich klar	280
Sehr klar	50
Klar	20
Leicht diesig	10
Diesig	4
Starker Dunst, leichter Nebel	2
Mäßiger Nebel	1
Dichter Nebel, Starkregen	0,1
Extremer Nebel, Schneetreiben	0,01

Der *Kontrast* ist ein Unterscheidungsmerkmal für den *Helligkeitsverlauf* eines Bildes oder zwischen zwei Bildpunkten. Der *Kontrastumfang* oder die *Dynamik* beschreiben den Intensitätsunterschied zwischen dem hellsten und dunkelsten Punkt eines Bildes. Im allgemeinen Fall wird der Kontrast in Abhängigkeit von der Auflösung über die *Modulationsübertragungsfunktion* beschrieben.

Der Kontrast wird über die maximale und minimale *Leuchtdichten* L_{\max} und L_{\min} definiert.

Der *Weber-Kontrast* K_w (benannt nach *Ernst Heinrich Weber*) als:

$$K_w = \frac{L_{\max}}{L_{\min}} - 1 \text{ mit } 0 \leq K_w \leq \infty$$

Der *Michelson-Kontrast* K_m (benannt nach *Albert A. Michelson*) respektive die **Modulation**^[1] als:

$$K_m = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_{\max} + L_{\min}} \text{ mit } 0 \leq K_m \leq 1^{[2]}$$

Während das menschliche *Auge* den in der Natur auftretenden *Kontrastumfang* relativ problemlos meistert (die Intensitäten werden nicht linear, sondern *logarithmisch* wahrgenommen, siehe *Weber-Fechner-Gesetz*), stoßen wir bei dem Bemühen, das Gesehene festzuhalten, an teilweise ernüchternde Grenzen. Kontrastphänomene können *optische Täuschungen* verursachen, sind aber auch an der Erkennbarkeit feinsten *Linienstrukturen* beteiligt. Beispiele dafür sind manche der „*Marskanäle*“ und bei Grautönen die *Machschen Streifen*.

Der Kontrastverlust durch verschwindende Leuchtdichteunterschiede ($L_{\min} \lesssim L_{\max}$) wird im Dunkeln als *Blackout* beziehungsweise bei sehr hellen Lichtbedingungen als *Whiteout* bezeichnet.